

**VIII Taller de Geometría y Sistemas dinámicos**  
**24-26 de abril de 2019**  
**Hotel Playa de Cortés Guaymas, Sonora**

**Programa**

	<b>Miércoles 24</b>	<b>Jueves 25</b>	<b>Viernes 26</b>
<b>8:00-9:00</b>	Desayuno	Desayuno	Desayuno
<b>9:00-10:00</b>	Matías del Hoyo	Jesús Muciño	Matías del Hoyo
<b>10:00-10:40</b>	Andrés Pedroza	Carlos Villegas	Daniel Álvarez
<b>10:40-11:20</b>	Eduardo Velasco	Georgui Omelyanov	Jonatán Torres
<b>11:20-12:00</b>	Hector Chang	Jesús Noyola	Eduardo Velazquez
<b>12:00-12:20</b>	Receso	Receso	Misael Avendaño/ Yury Vorobev
<b>12:20-13:00</b>	Abimael Bengochea	Pert Zhevandrov	<b>Comida / Traslado a Hermosillo</b>
<b>13:00-13:40</b>	Jaime Burgos	Anatoli Merzón	
<b>13:40-14:20</b>	Ruben Flores (Dedicatoria del Evento)	Alejandro Orozco	
<b>14:20-14:40</b>	Traslado restaurant	Traslado restaurant	
<b>14:40-16:30</b>	Comida	Comida	
<b>16:30-17:00</b>	Traslado hotel	Traslado hotel	
<b>17:00-19:00</b>	Sesiones de trabajo	Sesiones de trabajo	

**Lugar:** Salón Conquistador del hotel Playa de Cortés

## PONENCIAS

Nombre	Título
<b>Matías del Hoyo (Charla 1)</b>	An overview on Poisson and Dirac geometries
<b>Matías del Hoyo (Charla 2)</b>	Poisson and Dirac geometries within the language of Lie theory
<b>Jesús Muciño</b>	Polynomials and Hamiltonian vector fields determined by their singular points
<b>Carlos Villegas</b>	Sobre operadores de Toeplitz, reducción simpléctica y un producto estrella para la regularización del problema de Kepler.
<b>Petr Zhevandrov</b>	Embedded Rayleigh-Bloch waves trapped by a periodic perturbation and resonances
<b>Anatoli Merzon</b>	Time-dependent approach to the uniqueness of the Sommerfeld solution of the diffraction problem by a half-plane
<b>Abimael Bengochea</b>	A restricted four-body problem for the eight figure choreography
<b>Hector Chang</b>	Regularidad en el borde de la frontera libre en el problema de una fase
<b>Jonatán Torres</b>	Estructuras de Poisson de dimensión 3 con singularidades de Bott-Morse
<b>Jaime Burgos</b>	On the dynamics of a four body problem: an application to the Sun-Jupiter-Hektor-Skamandrios system
<b>Misael Avendaño/ Yury Vorobev</b>	Conexiones de Hannay-Berry generalizadas en variedades foliadas de Poisson
<b>Andrés Pedroza</b>	Primeros pasos en explosiones en variedades de Poisson
<b>Daniel Álvarez</b>	Grupoides simplécticos y espacios moduli de fibrados planos sobre superficies
<b>Eduardo Velasco</b>	The cohomology of coupling Poisson and related structures
<b>Eduardo Velazquez</b>	Parametrizaciones de contorno via un Flujo de Curvatura Media Anisotrópico
<b>Gueorgui Omelyanov</b>	La ecuación Degasperis-Procesi generalizada y sus soluciones de tipo de ondas viajeras
<b>Jesus Noyola</b>	Esquema numérico para soluciones suaves del modelo Degasperis-Procesi generalizado
<b>Alejandro Orozco</b>	Cálculo de soluciones numéricas de la ecuación Zakharov-Kusnestov (ZK)

### Resúmenes

**Miércoles 24 de abril**

**Ponente:** Matías del Hoyo

**Título:** An overview on Poisson and Dirac geometries

**Resumen:** Poisson and Dirac structures can be seen as singular versions of symplectic structures. They serve to model mechanical systems subject to symmetries and constraints. In this first talk we will discuss Poisson structures, mention some of their fundamental properties, and focus on the existence of symplectic realizations. We will also present some basics on Dirac structures.

**Ponente:** Andrés Pedroza

**Título:** Primeros pasos en explosiones en variedades de Poisson

**Resumen:** En esta plática motivaremos una construcción de una nueva clase de variedades de Poisson. Repasaremos la construcción de la explosión de un punto en una variedad simpléctica y veremos como se puede implementar en variedades de Poisson.

**Ponente:** Eduardo VelascoBarreras

**Título:** The cohomology of coupling Poisson and related structures

**Resumen:** By means of the coupling method, we give a geometric description of the first cohomology of Poisson structures around singular symplectic leaves, as well as a few applications. Then, we present a general algebraic scheme which allows to compute the Poisson cohomology in higher degree. Finally, we indicate how these results can be also applied to describe the cohomology of more general structures, such as coupling twisted Dirac structures, and extensions of Lie algebroids.

**Autor:** Hector Chang

**Título:** Regularidad en el borde de la frontera libre en el problema de una fase

**Resumen:** Consideramos el problema de Bernoulli de una fase en un dominio  $\Omega$  y mostramos que la interfase es  $C^{1,1/2}$  regular alrededor de la frontera de  $\Omega$ . Logramos esto a partir del método de blow-up/compacidad para el cual la linearización de la frontera libre recupera el problema de Signorini en el límite.

**Autor:** Abimael Bengochea

**Título:** A restricted four-body problem for the eight figure choreography

**Resumen:** We introduce a restricted four-body problem associated to the eight figure choreography, and compute symmetric periodic orbits. We define sets with the property that, at their intersection, initial conditions of symmetric periodic orbits appear. We compute these sets by means of solving boundary value problems. Our study is strongly based on the reversing symmetries of the system.

**Autor(es):** Jaime Burgos

**Título:** On the dynamics of a four body problem: an application to the Sun-Jupiter-Hektor-Skamandrios system

**Resumen:** The system Sun-Jupiter-Hektor-Skamandrios is of interest for several reasons. Hektor is the largest Jupiter trojan asteroid, it has one of the most elongated shapes among the bodies of its size in the Solar System, and is the only known trojan to possess a moonlet. Optical observations of Hektor-Skamandrios, and subsequent numerical simulations suggest that the orbit of the moonlet is stable, but is nevertheless very close to an orbit/spin resonance, so a small change in the semi-major axis would either eject the moonlet or crash it into the asteroid. Another motivation to study the dynamics of a small body near a Trojan asteroid comes from astrodynamics, as NASA prepares the first mission, *Lucy*, to the Jupiter's trojans, which will launch in October 2021 and visit six different Trojan asteroids. In this talk we will show a simplified model to study the dynamics of a small body orbiting in a neighborhood of the Trojan asteroid 624 Hektor. This is a joint work with Alessandra Celletti, Catalin Gales, Marian Gidea and Wai-Ting Lam.

**Ponente:** Rubén Flores

**Título:** Semblanza de Mikhail Karasev

**Jueves 25 de abril**

**Autor(es):** Jesús Muciño

**Título:** Polynomials and Hamiltonian vector fields determined by their singular points

**Resumen:** A plane conic is determined by 5 points (in general position). We consider the analogous problem for real and complex polynomials, looking at their singular points.

**Autor(es):** Carlos Villegas

**Título:** Sobre operadores de Toeplitz, reducción simpléctica y un producto estrella para la regularización del problema de Kepler.

**Resumen:** Es conocido que la regularización de Moser del problema de Kepler en  $n$  dimensiones,  $n > 1$ , relaciona el flujo Hamiltoniano de dicho problema en una superficie de energía fija con el flujo geodésico sobre la esfera  $\mathbb{S}^n$  unitaria en  $n + 1$  dimensiones después de re-parametrizar el tiempo. A nivel cuántico, correspondientemente podemos relacionar el Hamiltoniano del átomo de hidrogeno con el inverso del Laplaciano en  $\mathbb{S}^n$  actuando en  $L^2(\mathbb{S}^n)$ . Es posible asociar a  $L^2(\mathbb{S}^n)$  un espacio de funciones analíticas en una cuádrica nula de dimensión compleja  $n$ . Para dimensiones  $n = 2, 3, 5$ , es posible entender dicho espacio de funciones analíticas  $F_{(n,m)}$  como la reducción de un espacio de Bargmann en  $m = 2, 4, 8$  variables complejas. Asociado al espacio  $F_{(n,m)}$  podemos considerar operadores de Toeplitz. Es el objetivo de esta plática describir el producto estrella obtenido a travez del estudio de la composición de dichos operadores.

**Autor(es):** Georgui Omelyanov

**Título:** La ecuación Degasperis-Procesi generalizada y sus soluciones de tipo de ondas viajeras

**Resumen:** El objeto de consideración es el modelo "Degasperis-Procesi generalizado" de propagación de olas sobre la superficie de agua. La meta de la plática es la construcción de todo tipo de ondas viajeras que se aparecen en el modelo. Más detalladamente, al inicio consideremos soluciones clásicas bien conocidas como solitones. Luego notemos que el modelo permite soluciones en el sentido débil, las cuales son funciones continuas, pero no diferenciables. Para las ecuaciones Camassa-Holm y Degasperis-Procesi tales ondas se llaman peakons y cuspons. Demostramos que el modelo general tiene las mismas soluciones también, pero bajo algunas condiciones. Además probamos que el modelo Degasperis-Procesi generalizado tiene un tipo de ondas viajeras nuevas llamadas "twins".

**Autor:** Jesús Noyola

**Título:** Esquema numérico para soluciones suaves del modelo Degasperis-Procesi generalizado

**Resumen:** Consideramos la ecuación Degasperis-Procesi generalizada el cual es un modelo unidireccional de ondas en superficies de agua bajo la suposición del medio con poca profundidad. Se crea el esquema en diferencias finitas económico para soluciones suficientemente suaves del modelo. En particular, para los solitones dicho esquema satisface dos leyes de conservación. Además, se realiza un análisis numérico respecto al orden de precisión de la aproximación. Por último, se presentan las simulaciones numéricas para las ondas viajeras tipo soliton y sus interacciones.

**Autor:** Pert Zhevandrov

**Título:** Embedded Rayleigh-Bloch waves trapped by a periodic perturbation and resonances

**Resumen:** We consider the two-dimensional Helmholtz equation with the constant wave speed perturbed by a periodic (say, in the  $x$ -direction) series of bumps of small amplitude. This perturbation generates a so-called Rayleigh-Bloch (RB) wave which is quasiperiodic in  $x$ , decays exponentially in the orthogonal direction and is a solution to the Helmholtz equation; the frequency of this wave lies outside the continuous spectrum of the problem. Moreover, the first embedded threshold of the continuous spectrum of the unperturbed problem also generates an RB mode but only when a certain geometric (orthogonality) condition is satisfied by the perturbation. When this condition is violated, the trapped mode becomes a complex resonance with small imaginary part and the reflection and transmission coefficients for the corresponding scattering problem present drastic changes in a neighborhood of the resonance. We obtain explicit formulas for these objects in the form of series in powers of the small parameter characterizing the magnitude of the perturbation, give a description of the Breit-Wigner and Fano resonances, and indicate the conditions when the perturbation induces total transmission and reflection.

**Autor:** Anatoli Merzón

**Título:** Time-dependent approach to the uniqueness of the Sommerfeld solution of the diffraction problem by a half-plane

**Resumen:** We consider the Sommerfeld problem of diffraction by an opaque half-plane interpreting it as the limiting case as  $t \rightarrow \infty$  of the corresponding nonstationary problem. We prove that the Sommerfeld formula for the solution is the limiting amplitude of the solution of this nonstationary problem which belongs to a certain functional class and is unique in it. Thus we get rid of imposing the radiation condition from the beginning and instead obtain it in a natural way.

#### References

1. A. Komech, A. Merzón, A. Esquivel Navarrete, J.E. De La Paz Méndez, T.J. Villalba Vega. Sommerfeld's solution as the limiting amplitude and asymptotics for narrow wedges. *Mathematical Methods in the Applied Sciences* (2018). 10.1002/mma.5075.
2. A. Merzón, P. Zhevandrov, J.E. De La Paz Méndez, T.J. Villalba Vega. Time-dependent approach to the uniqueness of the Sommerfeld solution of the diffraction problem by a half-plane. In preparation.

**Autor(es):** Alejandro Orozco

**Título:** Cálculo de soluciones numéricas de la ecuación Zakharov-Kusnestov (ZK)

**Resumen:** Presentaremos la ecuación de Zakharov-Kusnestov, la cual se puede escribir en la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \epsilon^2 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \epsilon^2 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} = 0,$$

donde  $u$  depende de  $t, x, y$  y  $\epsilon$  es un parámetro pequeño. Esta ecuación describe la propagación de ondas sónicas-iónicas en un plasma sometidas a un campo magnético dirigido a lo largo del eje  $x$ . Cuando  $u$  depende solo de  $x$  y de  $t$ , la ecuación ZK se reduce a la muy conocida ecuación de Korteweg-de Vries.

En esta presentación obtendremos soluciones numéricas de tipo solitón usando el método de diferencias finitas, además estudiaremos algunas perturbaciones de las soluciones para distintos frentes de onda.

**Viernes 26 de abril**

**Autor(es):** Matías del Hoyo

**Título:** Poisson and Dirac geometries within the language of Lie theory

**Resumen:** A Poisson structure defines a Lie algebroid on the cotangent bundle, and conversely, the dual of a Lie algebroid is a linear Poisson structure. These two interactions set fruitful ties between the theories. In this second talk we will discuss Lie algebroids, describe several examples, and provide a neat description of Poisson manifolds in terms of Lie algebroids. We will also show how Dirac structures arise from this perspective.

**Ponente:** Daniel Álvarez

**Título:** Grupoides simplécticos y espacios moduli de fibrados planos sobre superficies

**Resumen:** Sea  $S$  una superficie compacta, conexa y orientada y sea  $G$  un grupo compacto. Según una construcción clásica de Atiyah y Bott, el espacio móduli  $M(S, G)$  de  $G$ -fibrados planos sobre  $S$  admite una estructura de variedad de Poisson singular que es simpléctica si la frontera de  $S$  es vacía. En esta charla discutiremos cómo obtener un grupoide simpléctico que integra esta variedad de Poisson en términos de  $M(D(S), G)$ , donde  $D(S)$  es el doble de la

superficie  $S$ . La existencia de esta integración tiene importantes consecuencias que clarifican las propiedades globales de  $M(S, G)$ : por ejemplo, se pueden obtener inmediatamente resultados acerca de la unimodularidad y linealizabilidad del corchete de Poisson en  $M(S, G)$ . La estructura de grupoide simpléctico en  $M(D(S), G)$  nos permite ver las famosas acciones tóricas definidas por W. Goldman desde una nueva perspectiva, una consecuencia notable de este punto de vista es la existencia de una estructura compleja generalizada en la parte regular de  $M(S, G)$ .

El método que usamos para integrar  $M(S, G)$  nos permite también estudiar la situación correspondiente a un grupo complejo reductivo  $G$ . En este caso, de acuerdo con el trabajo de Hitchin y Donaldson entre otros, el subespacio de representaciones irreducibles en  $M(D(S), G)$  admite una estructura de variedad hiperkähler; la estructura simpléctica holomorfa correspondiente nos da ahora un ejemplo de un grupoide simpléctico holomorfo asociado a  $M(S, G)$  y la estructura de grupoide es de tal manera compatible con la métrica que la foliación simpléctica en  $M(S, G)$  es ahora una foliación hiperkähler.

**Autor:** Jonatán Torres

**Título:** Estructuras de Poisson de dimensión 3 con singularidades de Bott-Morse

**Resumen:** Una estructura de Poisson es un álgebra de Lie sobre una variedad lisa, cuyo corchete de Lie satisface una regla de derivación. Un mecanismo muy claro para obtener ejemplos es a través de la fórmula de Flaschka-Ratiu, y ha sido recientemente explorada para construir estructuras de Poisson con singularidades. Por otra parte, una foliación de Bott-Morse es una foliación singular de codimensión uno y cuyas singularidades tienen vecindades transversales localmente modeladas por una función de Morse.

Este es el contexto para la plática, donde presentaremos la existencia de estructuras de Poisson sobre foliaciones de Bott-Morse en dimensión 3. Adicionalmente exhibimos algunos cálculos de su cohomología de Poisson.

**Autor:** Eduardo Velazquez

**Título:** Parametrizaciones de contorno via un Flujo de Curvatura Media Anisotrópico

**Resumen:** Se presenta una aplicación del Flujo de Curvatura Media (FCM) para reconocer el contorno de un objeto en una imagen digital a través de un esquema numérico explícito. El procedimiento consiste en hacer evolucionar por FCM una curva simple dibujada sobre una imagen y encerrando a un objeto; la evolución de la curva se ve restringida cuando algún segmento de ésta coincide con el borde del objeto. Lo anterior se traduce en resolver numéricamente el FCM acoplado con una ecuación de Poisson. Como parte del análisis se incluye un criterio de estabilidad para la aproximación numérica.

**Autor:** Misael Avendaño Camacho / Yury Vorobev



**Título:** Conexiones de Hannay-Berry generalizadas en variedades foliadas de Poisson

**Resumen:** We discuss some aspects of the averaging method for Poisson connections on foliated manifolds with symmetry generalizing the previous results on the Hannay-Berry connections on fibrations due to Marsden, Ratiu and Montgomery which play an important role in the normal form theory for Hamiltonian systems of adiabatic type. We use the averaging method of Poisson connection to construct  $G$ -invariant coupling Dirac structures.