

Cuarto Taller de Geometría y Sistemas Dinámicos

SAN CARLOS, GUAYMAS, SONORA

7, 8 Y 9 DE MARZO, 2013

RESÚMENES DE PONENCIAS

Casi-integrabilidad de sistemas Hamiltonianos con variables lentas y rápidas, en dos grados de libertad

Misael Avendaño Camacho

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

misaelave@mat.uson.mx

RESUMEN. Se demuestra que un sistema Hamiltoniano 2-dimensional con variables lentas y rápidas, que satisfaga ciertas hipótesis de simetría, es casi integrable, donde la integral primera adicional se define como una pequeña deformación del “momentum map” (un invariante adiabático) de la acción de S^1 , asociada. En este contexto, se derivan representaciones globales intrínsecas para las correcciones de segundo orden del invariante adiabático.

Formulación canónica de sistemas invariantes bajo difeomorfismos

Oscar Jasel Berra Montiel

Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

jaselcold@hotmail.com

RESUMEN. En esta plática discutiremos algunas de las propiedades que presentan las teorías invariantes bajo difeomorfismos, entre ellas, la Relatividad General. Mediante el formalismo Hamiltoniano, y usando el lenguaje de conexiones, obtendremos la estructura simpléctica, los grados de libertad y los generadores de las transformaciones de norma en el espacio fase, los cuales son esenciales para desarrollar el proceso de cuantización. Después, a partir de la formulación de integral de trayectoria, analizaremos la medida de Feynman y su relación con el álgebra de difeomorfismos. Finalmente, mencionaremos algunos de los problemas subyacentes en el formalismo canónico, así como sus posibles soluciones.

Sobre la Hamiltonización de flujos paralelos en el contexto perturbativo

Guillermo Dávila Rascón

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

davila@gauss.mat.uson

RESUMEN. Se describen estructuras Hamiltonianas para sistemas de dos frecuencias de la forma

$$\begin{aligned}\dot{s}_i &= \varepsilon f_i, \\ \dot{\varphi}_i &= \omega_i + \varepsilon g_i, \quad (i = 1, 2),\end{aligned}$$

en el espacio fase $T^*\mathbb{T} = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{T}^2$ con coordenadas $(s_1, s_2, \varphi_1(\bmod 2\pi), \varphi_2(\bmod 2\pi))$ y vector de frecuencias (ω_1, ω_2) , arbitrario. En este caso, $\varepsilon \ll 1$ es un parámetro perturbativo; $\omega_1 = \omega_1(s_1, s_2)$,

$\omega_2 = \omega_2(s_1, s_2)$ y $f_i = f_i(s_1, s_2, \varphi_1, \varphi_2)$, $g_i = g_i(s_1, s_2, \varphi_1, \varphi_2)$ son funciones suaves en \mathbb{R}^2 y $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{T}^2$, respectivamente.

Estamos especialmente interesados en sistemas para los cuales la condición de compatibilidad

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial s_2} = \frac{\partial \omega_2}{\partial s_1},$$

no necesariamente se cumple. Se discuten algunos aspectos de la teoría de perturbaciones para estos sistemas en el contexto del Teorema KAM.

Geometría de Poisson en \mathbb{R}^4

Rubén Flores Espinoza

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

rflorese@gauss.mat.uson

RESUMEN. Utilizando las operaciones del cálculo vectorial en tres dimensiones, se presentan las expresiones explícitas de los principales conceptos y cantidades asociadas a una estructura de Poisson en el espacio vectorial euclidiano de cuatro dimensiones. Se describen varias clases de estructuras de Poisson no lineales incluyendo su foliación característica, su álgebra de automorfismos infinitesimales y deformaciones. Se presentan también resultados sobre descomposición de tensores de Poisson.

La conexión de Gauss-Manin de una singularidad aislada

Xavier Gómez-Mont Ávalos

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT, A. C.), Guanajuato.

gmont@cimat.mx

RESUMEN. Dada una función holomorfa, sus fibras nos dan una estructura de fibrado localmente trivial sobre el disco agujerado, y la no trivialidad del fibrado está medida por la transformación de monodromía que está actuando en la homología de la fibra, que por teoremas clásicos, sus eigenvalores son raíces de la unidad. Hay métodos para escoger unos logaritmos de estas monodromías, que nos dan información de la rapidez en que la homología se anula cuando tendemos al punto singular. Se mencionarán algunos resultados que hemos obtenido sobre la estructura que se deduce de esta posibilidad de elección de logaritmos (la estructura de Hodge mixta de la singularidad).

Paralelización de integradores simplécticos en el tiempo

Hugo Jiménez Pérez

Institute d'Astrophysique de Paris, Francia.

jimenez@iap.fr

RESUMEN. El estudio del sistema solar requiere el uso de esquemas numéricos que preserven las propiedades geométricas de las ecuaciones de movimiento. Los integradores simplécticos se utilizan en estudios a largo plazo ya que el error numérico es controlado por una función Hamiltoniana que es muy cercana a la función original del sistema. Para reducir el tiempo de cálculo hemos propuesto un esquema de paralelización “en el tiempo” que reproduce la solución secuencial. En esta plática se presentarán los elementos geométricos considerados en los integradores simplécticos y en su paralelización en la variable del tiempo.

Asymptotic completeness of scattering in the nonlinear Lamb system

Anatoli E. Merzon

Instituto de Física y Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás Hidalgo.

anatoli@ifm.umich.mx

RESUMEN. We establish the asymptotic completeness in the nonlinear Lamb system for hyperbolic stationary states. For the proof we construct a trajectory of a reduced equation (which is a nonlinear non-autonomous ordinary differential equation) converging to a hyperbolic stationary point using the inverse function theorem in a Banach space. We give counterexamples which show nonexistence of such trajectories for nonhyperbolic stationary points.

Bracket de Peierls-DeWitt en teorías de norma

Alberto Molgado

Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

molgado@fc.uaslp.mx

RESUMEN. La cuantización de teorías de norma por métodos algebraicos pretende incorporar, de alguna u otra forma, las simetrías que un sistema físico presenta a nivel clásico. Sin embargo, el formalismo canónico estándar rompe covarianza para teorías de campo, tales como la Relatividad General. Una posible solución a este problema radica en la incorporación del llamado bracket de Peierls-DeWitt, el cual es un bracket de Poisson que es invariante ante simetrías de grupo, por construcción. Dicho bracket se encuentra directamente relacionado con funciones de Green asociadas al operador de Jacobi en cálculo variacional, por un lado, así como a los formalismos multisimpléctico y de espacio fase covariante, por el otro. En esta plática, desarrollaremos el mencionado bracket, y discutiremos algunas de sus propiedades. En particular desarrollaremos un par de ejemplos, y discutiremos posibles aplicaciones.

Ejemplos de flujos e integrabilidad. El caso de ecuaciones homogéneas complejas

Jesús Muciño Raymundo

Instituto de Matemáticas–Morelia, Universidad Nacional Autónoma de México.

muciray@matmor.unam.mx

RESUMEN. Un campo vectorial complejo, posee trayectorias reales y complejas. Las trayectorias reales pueden ser estudiadas con diversas métricas a lo largo de las trayectorias complejas.

Interacción de ondas solitarias para problemas no-integrables

Georgii A. Omleyanov

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

omel@gauss.mat.uson.mx

RESUMEN. Se considera una versión esencialmente no-integrable de la ecuación de KdV, es decir, la ecuación GKdV-4

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^4}{\partial x} + \varepsilon^2 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0, \quad x \in \mathbb{R}^1, \quad t > 0, \quad (1)$$

donde ε es un parámetro pequeño. La ecuación (1) contiene soluciones explícitas llamadas ondas solitarias,

$$u = A \cosh^{-2/3} \left(\beta \frac{x - Vt}{\varepsilon} \right), \quad A = \left(\frac{10}{9} \beta^2 \right)^{1/3}, \quad V = \frac{4}{9} \beta^2, \quad (2)$$

donde $\beta > 0$ es un número arbitrario.

El propósito de esta charla es considerar el problema de la interacción de las ondas de tipo (2) y se proponen métodos analíticos para construir soluciones asintóticas para el problema. Además, se presentan resultados de la simulación numérica de este problema.

Classical Kepler-Coulomb problem on $SO(2, 2)$ hyperboloid

George S. Pogosyan* (en conjunto con D. Petrosyan)

*Universidad de Guadalajara y Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Federación Rusa.

george.pogosyan@gmail.com

RESUMEN. In the present work, the problem of the motion of the classical particle in the Kepler-Coulomb field in three-dimensional hyperbolic space $H_2^2 : z_0^2 + z_1^2 - z_2^2 - z_3^2 = R^2$ is solved in the framework of Hamilton-Jacobi equation. The requirements for the existence of bounded motion of particle are formulated. The equation of the trajectory of particle is obtained, and it is shown that all the finite trajectories are closed. It is also demonstrated that under certain values (zero or negative) of the separation constant A , the fall of the particle onto the center takes place.

Interacción de ondas solitarias para la ecuación tipo sine-Gordon

Israel Segundo Caballero

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

segundo@gauss.mat.uson.mx

RESUMEN. Consideraremos la clase de ecuaciones de onda tipo sine-Gordon

$$\varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + F'(u) = 0, \quad x \in \mathbb{R}^1, \quad t > 0, \quad (3)$$

donde ε es un parámetro pequeño y $F(u)$ es una función no lineal suave tal que la ecuación (3) tiene soluciones del tipo kink,

$$u(x, t, \varepsilon) = \omega \left(\pm \beta \frac{x - Vt}{\varepsilon} \right), \quad \beta = (1 - V^2)^2, \quad V \in (-1, 1). \quad (4)$$

El propósito de la plática es presentar resultados numéricos de la interacción de más de dos ondas del tipo (4). Además, considerar la posibilidad de obtener soluciones tipo *breather*.

Curvaturas escalares simplécticas en supervariedades

José Antonio Vallejo

Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí y Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

jvallejo@fciencias.uaslp.mx

RESUMEN. En la geometría Riemanniana se introduce la curvatura escalar a partir del tensor de Riemann de una conexión, tomando dos contracciones sucesivas mediante una métrica compatible con la conexión. En principio, este proceso podría realizarse con cualquier tensor 2-covariante, no degenerado, compatible con la conexión y que tenga interés geométrico, como por ejemplo, una forma simpléctica. Sin embargo, las simetrías combinadas del tensor de Riemann y de la forma simpléctica conducen a una situación trivial. En supervariedades simplécticas, estas dificultades no se presentan con cierto tipo de superformas simplécticas, resultando una estructura geométrica (supervariedades de Fedosov) de gran interés físico. Se definirá la curvatura escalar simpléctica impar para estas supervariedades y se discutirá su relevancia física.

Sobre la estabilidad de una familia de sistemas bidimensionales de ecuaciones diferenciales con miembro derecho seccionalmente continuo

Acácio da Conceição de Jesús Domingos
Universidad Agostinho Neto, Luanda, República de Angola.

Efrén Vázquez, Silva
Universidad de las Ciencias Informáticas, La Habana, Cuba.
vazquezsilva@uci.cu

RESUMEN. Se consideran dos matrices cuadradas de orden dos, estables, y se obtienen condiciones necesarias y suficientes, respecto de los elementos de las matrices, que garantizan la convergencia asintótica de la solución trivial de cierta familia de sistemas bidimensionales interconectados de ecuaciones diferenciales.

Formas normales globales para sistemas Hamiltonianos de tipo adiabático

Yuri M. Vorobiev
Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.
yurimv@guaymas.uson.mx

RESUMEN. En el contexto de la teoría de perturbaciones y el método de promedios, se estudia la estructura global de las formas normales para sistemas Hamiltonianos multidimensionales, con variables lentas y rápidas, bajo el supuesto de que el flujo del sistema no perturbado (rápido) sea periódico y la acción de \mathbb{S}^1 , asociada, no necesariamente es libre y trivial.

Supergrupos de Lie

Gregor Weingart
Instituto de Matemáticas–Cuernavaca, Universidad Nacional Autónoma de México.
gw@matcuer.unam.mx

RESUMEN. El concepto básico de una variedad suave en geometría diferencial admite una generalización intermedia entre la geometría clásica de puntos y la geometría no conmutativa en el sentido de Connes. Estas llamadas supervariedades son variedades suaves, pero tienen un álgebra de funciones más grande que el álgebra de funciones suaves. Así, una aplicación suave no es determinada por la aplicación subyacente de conjuntos. En mi plática quiero usar la analogía entre espacios simétricos y supergrupos de Lie para reconstruir un supergrupo de Lie (salvo cubrientes) a partir de la superálgebra de Lie asociada.

Eigenvalores sumergidos en el espectro continuo

Petr Zhevandrov
Instituto de Física y Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás Hidalgo.
pzhevand@gmail.com

RESUMEN. Eigenvalores de los operadores diferenciales que aparecen en varias áreas de física-matemática relacionadas con propagación de ondas en medios infinitos son frecuencias propias de ondas atrapadas en el medio. Si el medio es homogéneo, las ondas planas del espectro continuo se propagan a lo largo de él sin encontrar ningún impedimento. En cambio, si el medio presenta obstáculos –p.ej., no homogeneidades– las ondas pueden resultar atrapadas por ellas. Frecuentemente, la existencia de ondas atrapadas se debe a la existencia del umbral del espectro continuo, como es el caso de la ecuación de Schrödinger con un pozo potencial de poca profundidad. Este pozo siempre produce una onda atrapada cerca del umbral del espectro continuo que en este caso es el rayo positivo de multiplicidad 2. El espectro continuo puede tener estructura más complicada. Por ejemplo, puede haber varios umbrales

entre los cuales la multiplicidad del espectro continuo es constante. Estos umbrales sumergidos en el espectro continuo también pueden generar modos atrapados bajo perturbaciones, pero sólo si las perturbaciones satisfacen ciertas condiciones geométricas. Además, el comportamiento de las ondas cuyas frecuencias están cerca de los umbrales puede manifestar las así llamadas “anomalías de Wood” que son cambios drásticos en los coeficientes de reflexión y transmisión, aunque la perturbación es tan pequeña como uno quiera. La dificultad matemática de estos problemas se debe al hecho de que los eigenvalores correspondientes están sumergidos en el espectro continuo.

Vamos a ilustrar estos fenómenos con unos ejemplos de la mecánica del medio continuo: la viga de Timoshenko y ondas en un líquido de dos capas.