

SAN CARLOS, GUAYMAS, SONORA  
8, 9 Y 10 DE MARZO, 2012

RESÚMENES DE PONENCIAS

**Billares disipativos en una mesa triangular**

Aubin Arroyo Camacho

Instituto de Matemáticas–Cuernavaca, Universidad Nacional Autónoma de México.

*aubin@matcuer.unam.mx*

RESUMEN. Los billares son ejemplos clave de sistemas dinámicos en los que se estudia una partícula que colisiona repetidamente con la orilla de una mesa. La regla que determina la colisión es muy importante: en el caso clásico, el de colisiones elásticas, el volumen del espacio fase se preserva y se obtiene una dinámica Hamiltoniana.

Los billares disipativos, que son los que nos interesan en esta plática, se obtienen modificando la regla de colisión. En lugar de la regla elástica se considera, en cada rebote, un impulso extra en la dirección normal a la orilla; y este impulso extra se observa como una contracción uniforme, en la coordenada angular, dada por un parámetro. Esto es un símil a la situación de una bola en una máquina de pinball.

En esta plática mostraremos algunos resultados sobre la descripción de la dinámica de un billar de este tipo definido en un triángulo equilátero. Además de mostrar algunas simulaciones por computadora, describiremos un modelo de dinámica simbólica que caracteriza la dinámica del billar para cierto rango del parámetro de contracción. De este modelo podremos extraer algunas propiedades como la estabilidad estructural y la existencia de una medida ergódica invariante.

**El Teorema de Período-Energía y el Problema de Normalización**

Misael Avendaño Camacho

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

*misaelave@mat.uson.mx*

RESUMEN. En un sistema Hamiltoniano en el que todas las trayectorias del sistema son periódicas, el teorema de período-energía establece que existe una dependencia funcional entre el Hamiltoniano del sistema y la función período. El problema de normalización de campos vectoriales consiste en encontrar, para una familia de campos vectoriales perturbados, una transformación que manda al campo perturbado en su forma normal. Si el campo no perturbado tiene flujo periódico el problema de normalización tiene solución si cierta condición de normalización se cumple.

El problema de normalización de campos Hamiltonianos ha sido ampliamente estudiado y en los resultados que se han obtenido no aparece explícitamente que condición se debe satisfacer para resolver el problema de normalización. En este caso, se mostrará que la condición de normalización es consecuencia del teorema de período-energía.

## Dinámica proyectable y sistemas de Lie periódicos

Guillermo Dávila Rascón

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

*davila@gauss.mat.uson*

RESUMEN. En el contexto de la dinámica proyectable, se establece un criterio de reducibilidad para familias periódicas de sistemas de Lie, el cual es un resultado análogo del teorema clásico de Floquet.

## Estructuras de Poisson en $\mathbb{R}^4$

Rubén Flores Espinoza

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

*rflorese@gauss.mat.uson*

RESUMEN. Se discute la solubilidad de la ecuación de Jacobi en  $\mathbb{R}^4$ . Se caracterizan, en términos del cálculo vectorial elemental, los principales objetos geométricos asociados a una estructura de Poisson en  $\mathbb{R}^4$ , tales como su foliación característica, modelos locales, el álgebra de los campos Hamiltonianos, el álgebra de campos Poisson y las deformaciones infinitesimales de un tensor de Poisson. Se comentan aplicaciones a sistemas dinámicos en  $\mathbb{R}^4$ .

## La ecuación de Lorenz sobre los complejos

Xavier Gómez–Mont Ávalos

Centro de Investigación en Matemáticas, CIMAT, Guanajuato.

*gmont@cimat.mx*

RESUMEN. La famosa ecuación de Lorenz en  $\mathbb{R}^3$  y su atractor extraño se extiende (por la misma fórmula) a  $\mathbb{C}^3$  al extender las variables reales por complejos. Mostraremos experimentos numéricos que indican que el atractor de Lorenz está atrayendo un conjunto de medida de Lebesgue 0 en  $\mathbb{C}^3$ , y encontramos al menos 2 atractores en  $\mathbb{C}^3$  que están atrapando conjuntos de medida positiva y que tienen exponentes de Lyapunov negativos y, por consiguiente, son atractores no-extraños.

## Equations of motion for two independent harmonic oscillators

Oswaldo González Gaxiola

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas,

Universidad Autónoma Metropolitana–Cuajimalpa.

*ogonzalez@correo.cua.uam.mx*

RESUMEN. We are interested in the generation of entanglement between two harmonic oscillators due to their interaction with the environment. Since the two harmonic oscillators interact with a common environment, there will be induced a coupling between them, even if initially they are uncoupled. Thus, the master equation for the two harmonic oscillators must account for their mutual interaction by their coupling to the environment. We study the dynamics of the subsystem composed of two identical non-interacting (independent) oscillators in weak interaction with a large environment, so that their reduced time evolution can be described by a Markovian, completely positive, quantum dynamical semigroup.

## La geometría de las ecuaciones de Chazy

Adolfo Guillot

Instituto de Matemáticas–Cuernavaca, Universidad Nacional Autónoma de México.

*guillot@matcuer.unam.mx*

RESUMEN. Describiremos geoméricamente las soluciones de las ecuaciones de Chazy. Se trata de ciertas ecuaciones diferenciales ordinarias autónomas de tercer orden en el dominio complejo que tienen únicamente soluciones sin multivaluación.

## Grupos cíclicos proyectivos en dimensiones altas

Luis Loeza

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

*lloeza@gmail.com*

RESUMEN. En este trabajo daremos una clasificación de las transformaciones proyectivas en  $PSL(n+1, \mathbb{C})$  consideradas como automorfismos del espacio proyectivo complejo  $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^n$ . Esta clasificación se divide en tres tipos: transformaciones elípticas, parabólicas y loxodrómicas. Se describirá la dinámica en cada caso, de manera más precisa, determinaremos sus correspondientes conjuntos límite de Kulkarni, su región de equicontinuidad y su región de discontinuidad.

## Group averaging in algebraic quantization

Alberto Molgado

Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

*molgado@fc.uaslp.mx*

RESUMEN. For classical constrained systems, an special role is played by gauge invariant functions. Over the years, some techniques have been proposed in order to incorporate these functions into the quantization of gauge systems. In this talk we review an algebraic proposal for the quantization of constrained systems which defines physical quantum states by averaging over the gauge symmetries, incorporating observables in an algebraic way. The original proposal was introduced as an alternative for reparametrization invariant theories. In particular, we will discuss a couple of examples related to finite dimensional systems and a recent development which may incorporates algebras with structure functions.

## Iteración de métodos de Newton y campos vectoriales

Jesús Muciño Raymundo

Instituto de Matemáticas–Morelia, Universidad Nacional Autónoma de México.

*muciray@matmor.unam.mx*

RESUMEN. Sobre la esfera de Riemann consideramos ciertos métodos de Newton que detectan raíces de una función analítico compleja  $g$ . Se describe la iteración de estos métodos, usando ciertos campos vectoriales “de Newton” asociados a  $g$ .

## **Difeomorfismos simplécticos acotados**

Andrés Pedroza

Universidad Autónoma de Colima

*apedroza1@gmail.com*

RESUMEN. El grupo de difeomorfismos simplécticos actúa mediante conjugación en el grupo de transformaciones Hamiltonianas. Más aun, respecto a la métrica de Hofer, esta acción es una isometría. F. Lalonde y L. Polterovich conjeturaron que los difeomorfismos simplécticos acotados son justamente los acotados. En esta charla veremos algunos ejemplos de variedades simplécticas, en las cuales la conjetura es válida.

## **Geometría de curvas y superficies: Algunas aplicaciones**

José Antonio Santiago García

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas,

Universidad Autónoma Metropolitana–Cuajimalpa.

*jsant@correo.cua.uam.mx*

RESUMEN. Después de una breve síntesis de la geometría diferencial de curvas y superficies abordaremos algunas aplicaciones de interés como el confinamiento de curvas y el estudio de fuerzas y tensiones en membranas celulares.

## **Invariantes polinomiales de 3-variedades hiperbólicas**

José Ferrán Valdez Lorenzo

Instituto de Matemáticas–Morelia, Universidad Nacional Autónoma de México.

*ferran@matmor.unam.mx*

RESUMEN. El polinomio de Teichmüller es un invariante “polinomial” (definido en 1998 por C. McMullen) asociado a cada cara fibrada de una 3-variedad hiperbólica. En esta plática definiremos dicho invariante y si el tiempo lo permite explicaremos cómo calcularlo para variedades hiperbólicas asociadas a elementos tipo pseudo-Anosov del grupo de trenzas.

## **Sobre teoremas de distribución límite de autovalores en física-matemática**

Carlos Villegas Blas

Instituto de Matemáticas–Cuernavaca, Universidad Nacional Autónoma de México.

*villegas@matcuer.unam.mx*

RESUMEN. Presentaremos varios casos en los que se tiene inicialmente un operador de Schrödinger cuyo espectro discreto tiene autovalores degenerados. Al introducir una perturbación adecuada se forman cúmulos de autovalores para el operador perturbado. Describiremos un estudio de la forma en que los autovalores perturbados se distribuyen en los cúmulos en el límite semiclásico de la mecánica cuántica involucrando promedios de la perturbación sobre las órbitas clásicas del problema no perturbado para energía fija. Estudiaremos dicho trabajo en el caso de perturbaciones del Laplaciano en la esfera, el oscilador armónico, el átomo de hidrógeno y el problema de Landau.

## Curvatura escalar simpléctica en supervariedades

José Antonio Vallejo

Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

*jvallejo@fciencias.uaslp.mx*

RESUMEN. En geometría Riemanniana, la curvatura escalar de una conexión de Levi-Civita asociada a una métrica  $g$ , se define a partir de su tensor de curvatura  $R$  mediante dos contracciones sucesivas con  $g$ . Es posible llevar a cabo un proceso análogo partiendo de una conexión simpléctica, esto es, dada una forma simpléctica  $\omega$  se toma una conexión  $D$  tal que  $D\omega = 0$  y se contrae su tensor de curvatura mediante  $\omega$ . Esta construcción la usó B. Fedosov para dar una cuantización por deformación de cualquier variedad simpléctica.

Aunque las conexiones simplécticas son muy importantes, la curvatura escalar simpléctica que resulta de ellas es trivial. Sin embargo, al considerar esta curvatura en supervariedades, surge un fenómeno interesante: para supervariedades simplécticas impares, la curvatura escalar simpléctica (odd scalar curvature, en la literatura) es no-trivial. Este fenómeno no tiene análogo clásico y en la charla discutiré algunas ideas sobre su cálculo e interpretación física.

## Algebroides de Lie de acoplamiento

Yuri Vorobiev

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

*yurimv@guaymas.uson.mx*

RESUMEN. We discuss some aspects of the theory of Lie algebroids in the context of Poisson geometry and the theory of Hamiltonian systems. Using the coupling procedure and the factorization of the Jacobi identity, we introduce and study a class of transitive Lie algebroids associated to geometric data which satisfy some structure equations on a fiber bundle. Such a class of Lie algebra structures naturally appears in the Hamiltonian formulation of projectable dynamics on Poisson fiber bundles.

## $C^*$ -sistemas dinámicos y espacios cuánticos

Elmar Wagner

Instituto de Matemáticas–Cuernavaca, Universidad Nacional Autónoma de México.

*ewagner@matcuer.unam.mx*

RESUMEN. La geometría no-conmutativa es un programa de reformular conceptos geométricos mediante álgebras de funciones. Esta idea es muy natural y se aplica en varias áreas de las matemáticas. Por ejemplo, se estudian esquemas afines mediante álgebras polinómicas y al nivel topológico se tiene la dualidad entre espacios topológicos localmente compactos y  $C^*$ -álgebras conmutativas. Además, el teorema de Serre-Swan relaciona haces vectoriales con módulos proyectivos sobre el álgebra de funciones continuas o suaves. La geometría no-conmutativa amplía estas ideas permitiendo que las álgebras sean no-conmutativas. En este sentido, se puede considerar una  $C^*$ -álgebra no-conmutativa como el álgebra de funciones continuas sobre un “espacio cuántico”.

Una familia muy general de  $C^*$ -álgebras no-conmutativas proviene de  $C^*$ -sistemas dinámicos en situaciones completamente clásicas: Dado un espacio localmente compacto con una acción de un grupo localmente compacto, se considera la llamada  $C^*$ -álgebra cruzada. Estos ejemplos incluyen flujos de campos vectoriales o transformaciones por un automorfismo. Además, el ejemplo más conocido de la geometría no-conmutativa – el toro – es de este tipo. En la plática presentaré otro ejemplo: la compactificación del plano complejo cuántico.