SEGUNDO TALLER DE GEOMETRÍA Y SISTEMAS DINÁMICOS

SAN CARLOS, GUAYMAS, SONORA
3, 4 Y 5 DE MARZO, 2011

RESÚMENES DE PONENCIAS

El Problema de Formas Normales para Campos Vectoriales Perturbados

Misael Avendaño Camacho, Rubén Flores Espinoza
Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.
misaelave@mat.uson.mx *rflorese@gauss.mat.uson.mx*

RESUMEN. Se estudia, bajo un enfoque geométrico, el problema de formas normales para perturbaciones de campos vectoriales. Aplicando el método de transformaciones de Lie y analizando el sistema de ecuaciones homológicas obtenidas por este método se dan condiciones necesarias y suficientes para la existencia de formas normales para perturbaciones de campos vectoriales con flujos periódicos.

El Método de los Promedios en Espacios Fase de Variables Lentas y Rápidas, con Simetrías

Guillermo Dávila Rascón, Yury Vorobiev
Departamento de Matemáricas, Universidad de Sonora.
davila@gauss.mat.uson *yurimv@guaymas.uson.mx*

RESUMEN. Estudiamos una clase de sistemas Hamiltonianos perturbados del tipo adiabático en un espacio fase equipado con un corchete de Poisson, de variables lentas y rápidas, que involucra el parámetro de la perturbación. La característica principal de nuestro modelo Hamiltoniano perturbado es que el correspondiente sistema no-perturbado es invariante con respecto a una acción de un grupo de Lie compacto G, pero no es Hamiltoniano. Para obtener una aproximación Hamiltoniana de primer orden, G-invariante, para el sistema original, construimos una transformación de normalización usando el método de homotopía para estructuras de Poisson. En partiular, en el caso adiabático, nuestra transformación de normalización corresponde a la etapa preparatoria en la prueba del teorema adiabático clásico.

Descripción Asintótica y Numérica de Interacción de Ondas Solitarias para Algunas Ecuaciones No-integrables

Martin García Alvarado, Georgii A. Omel'yanov, Israel Segundo Caballero
Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.
mggarcia@gauss.mat.uson.mx *omel@hades.mat.uson.mx* *segundo@gauss.mat.uson.mx*

RESUMEN. Consideramos una clase de ecuaciones diferenciales parciales no-integrables, con un parámetro pequeño y no-linealidades que hacen que la ecuación tenga soluciones exactas del tipo de onda solitaria. Presentamos condiciones suficientes para las no-linealidades bajo las cuales interactúan las ondas solitarias, de la misma manera que para ecuaciones integrables similares. Más aún, creamos varios esquemas de diferencias finitas, abolutamente estables, para simular la solución del problema de Cauchy y presentamos algunos resultados numéricos para problemas de interacciones.

Una Mirada Algebraica a los Algebroides de Lie

Denisse García Beltrán
Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
dennise.gb@gmail.com

RESUMEN. Sea M una variedad diferencial. Un algebroide de Lie en M consiste en un fibrado vectorial $E \to M$ junto con un corchete de Lie, $[\ ,\ ]_E : \Gamma E \times \Gamma E \to \Gamma E$, en el $C^\infty(M)$-módulo de secciones de E, y un morfismo de fibrados vectoriales $q : E \to TM$, llamado ancla, tal que

$$[X, fY]_E = f[X, Y]_E + q(X)(f)Y \quad \text{para todos } X, Y \in \Gamma E,\ f \in C^\infty(M).$$

Reemplazando $\mathbb{R}$ por un anillo conmutativo con elemento unidad $\mathcal{R}$, $C^\infty(M)$ por una $\mathcal{R}$-álgebra asociativa, conmutativa y con unidad $\mathcal{A}$, y ΓE por un $\mathcal{A}$-módulo fiel F, se obtiene una definición alternativa de algebroide de Lie. Trabajando en este contexto construimos una especie de estructura universal para la cual los algebroides de Lie son un caso particular. Además, inspirados por el algebroide de Lie clásico en el cotangente, se definen los algebroides de Lie tipo Poisson y se da una caracterización para este tipo de algebroides con un corchete particular.

El Atractor Extraño de la Foliación Holomorfa definida por un Campo Vectorial Polinomial en 2 Variables Complejas

Xavier Gómez–Mont Ávalos
Centro de Investigación en Matemáticas, CIMAT, Guanajuato.
gmont@cimat.mx

RESUMEN. Las soluciones de la ecuación diferencial ordinaria con tiempo complejo definida por un campo vectorial polinomial en 2 variables complejas definen una particion del espacio en superficies (de Riemann). Estas superficies tienen para el campo polinomial general tipo hiperbólico, que quiere decir que el crecimiento del área con respecto al radio es de tipo exponencial. Esto tambien quiere decir que al aumentar el radio un poquito, la cantidad de área que se incrementa es proporcional a toda la anterior. Esto hace que los métodos tradicionales de Teoría Ergódica no funcionen. Sin embargo podemos utilizar la ecuación del calor para obtener una medida de probabilidad en el espacio que está describiendo el comportamiento asintótico de las hojas, dando origen a unas medidas armónicas. Estas medidas pueden ser tambien obtenidas utilizando métodos de varias variables complejas (ecuación $\bar{\Delta}$) o de Geometría Diferencial, utilizando los flujos geodésicos y horocíclicos. Este último método lo he estado desarrollando conjuntamente con Bonatti y Martínez, y reportaré de los avances recientes que hemos obtenido en este problema.

Transformaciones Anisotrópicas del Espacio-Tiempo

Oswaldo González Gaxiola
Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas,
Universidad Autónima Metropolitana–Cuajimalpa.
ogonzalez@correo.cua.uam.mx

RESUMEN. En el 2009 Petr *Hořava*, de la Universidad de Berkeley propuso una versión modificada de la Relatividad General que resulta ser renormalizable. La gravedad de *Hořava* asume que el espacio-tiempo es compatible con ciertas transformaciones anisotrópicas dependientes de un cierto exponente dinámico. Por otra parte *M. Milgrom* en 1983 propone una modificación de la dinámica Newtoniana como una alternativa física-matemática para explicar fenómenos tales como la materia oscura del universo. En el presente trabajo se relacionan las dos teorías obteniendo que las ecuaciones de movimiento no-relativistas de *Milgrom* se tienen cuando el exponente dinámico de *Hořava*, $z \to 0$.

Panorama Preciso sobre la Investigación en Materia de Tsunamis en México

Rodrigo González González
Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.
rgonzlz@gauss.mat.uson.mx

Resumen. La naturaleza nos ha demostrado que su capacidad para generar sismos con magnitud mayor a 8.0 grados en la escala de Richter. Los ejemplos más recientes y/o significativos son: Chile 2010 (Mw 8.8), Samoa 2009 (Mw 8.2), Sumatra 2004 (Mw 9.3), . . . , Alaska 1964 (Mw 9.2) y Chile 1960 (Mw 9.5). Estos sismos originaron tsunamis con poder destructivo, tanto en la región de generación como a miles de kilómetros de ésta. Los centros de alerta de tsunamis se limitan a verificar que se ha generado un tsunami y a informar con prontitud a las autoridades correspondientes los tiempos de arribo. Sin embargo, no se informa sobre la altura esperada del tsunami con la que impactará a las diferentes localidades. En este trabajo se estima, mediante simulación numérica de propagación de tsunamis, empleando el modelo de aguas someras, el peligro potencial para la costa occidental de México ante el arribo de tsunamis generados por sismos de magnitud myor a 8.0 Mw en diferentes regiones del Cintutoón de Fuego del Océano Pacífico. Se determina matemáticamente la confiabilidad del modelo y se proporciona un panorama preciso de los avances en investigación en materia de tsunamis. En particular, se describe el diseño y funcionamiento de un "*Módulo Sintetizador de Tsunamis*" para simular tsunamis originados por sismos ocurridos en la zona de subducción entre la costa oeste de México y la Trinchera Mesoamericana, precursor del Sistema de Alerta de Tsunamis en México, en proyecto.

Algunas Relaciones entre Campos Hamiltonianos y Campos Holomorfos

Jesús Muciño Raymundo
Instituto de Matemáticas–Morelia, Universidad Nacional Autónoma de México.
muciray@matmor.unam.mx

Resumen. Los campos vectoriales hamiltonianos en presencia de una primera integral, tienen fuertes similitudes con los campos vectoriales holomorfos, ya que sus "trayectorias" son superficies planas. Describiremos algunas de ellas y comentaremos sobre posibles problemas abiertos.

El Problema Curvado de los n-cuerpos

Ernesto Pérez-Chavela
Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.
epc@xanum.uam.mx

Resumen. En este trabajo generalizamos el problema Newtoniano de los n-cuerpos en espacios Euclideanos, a espacios de curvatura constante K. Deducimos las nuevas ecuaciones de movimiento y estudiamos el caso 2-dimensional. Nos enfocaremos principalmente al caso de curvatura positiva, donde mostraremos nuevos resultados concernientes a equilibrios relativos (soluciones periódicas donde la distancia entre cualesquier dos partículas permanece constante durante todo el movimiento) y a soluciones homográficas (órbitas para las cuales la configuración del sistema permanece similar a ella misma para todo tiempo).

The Kepler-Coulomb Problem on Imaginary Lobachevsky Space

D. Petrosyan, Georgi Pogosyan
Universidad de Guadalajara.

RESUMEN. In this note the analog of the "hydrogen atom" in imaginary Lobachevsky space has been considered. We show that at least, there are two orthogonal systems of coordinates where this problem is exactly solvable. It is shown that the coefficients of interbasis expansions between these two basis are proportional to a Wilson polynomial.

Flujos Geodésicos en Superficies Planas y Billares

José Ferrán Valdez Lorenzo
Instituto de Matemáticas–Morelia, Universidad Nacional Autónoma de México.
ferran@matmor.unam.mx

RESUMEN. En esta plática explicamos cómo los sistemas dinámicos definidos por billares poligonales se pueden estudiar haciendo uso de los flujos geodésicos en superficies de Riemann que son planas salvo en un conjunto discreto de puntos. Se hará énfasis en un problema dinámico aún abierto: la existencia de trayectorias periódicas en billares triangulares.

On a System of Coherent States for the n-sphere

Carlos Villegas Blas
Instituto de Matemáticas–Cuernavaca, Universidad Nacional Autónoma de México.
villegas@matcuer.unam.mx

RESUMEN. We will introduce a system of coherent states and a related Bargmann transform for a particle moving on the n-sphere. We will describe some properties of the system of coherent states including some semiclassical properties such as concentration and an Egorov's theorem. We will relate our construction with the relationship between the Moser and Kustaanheimo-Stiefel regularization of the Kepler problem in dimensions $n = 2, 3, 5$

Mini-Curso: Métodos Algebraicos en Geometría Diferencial

José Antonio Vallejo
Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
jvallejo@ fciencias.uaslp.mx

RESUMEN. Este mini-curso pretende dar una introducción a los métodos algebraicos modernos que se usan en Geometría Diferencial y Física Teórica. Concretamente, el objetivo principal es llegar a entender el concepto de supervariedad diferencial y la importancia que tiene en Física. Los prerrequisitos para este curso consisten en cursos de cálculo diferencial de varias variables (funciones de clase C^1 y sus propiedades) y álgebra básica (teoría de anillos e ideales, construcción del álgebra exterior asociada a un espacio vectorial). Sería deseable tener alguna noción de lo que es una variedad diferencial, aunque no es estrictamente necesario; se repasarán las ideas principales que se necesiten a lo largo de la exposición. El formato del mini-curso consistirá en tres sesiones de dos horas cada una. Se propondrán algunos ejercicios a los estudiantes, que pueden resolverse en una sesión extraordinaria de problemas.

Contenidos

Primera lección: El álgebra local $\mathcal{O}_p$.

1. Introducción y motivación. 2. Gérmenes de funciones diferenciables en un punto. 3. $\mathcal{O}_p$ es un

álgebra local. 4. Noción de prehaz. 5. Haces: ejemplos y contraejemplos. 6. Secciones de un haz. 7. Límites directos. El tallo de un haz. 8. $\mathcal{O}_p$ como el tallo del haz de funciones diferenciables.

Segunda lección: Espacios anillados

1. Espacios anillados reducidos y locales. 2. Morfismos de espacios anillados. 3. Prevariedades. 4. Pegado de prevariedades: variedades diferenciales. 5. Las cartas de una variedad como morfismos de espacios anillados reducidos. 6. Ejemplos.

Tercera lección: Supervariedades

1. Superdominios y supercartas. 2. El concepto de supervariedad. 3. Morfismos de supervariedades. Propiedades básicas. 4. La supervariedad de Koszul-Cartan. 5. Geometría diferencial en supervariedades. Ejemplos sobre la supervariedad de Koszul-Cartan.